Quello che ci proponiamo di fare adesso è di mostrare una serie di problemi che sono algoritmicamente insolubili, cioè che non ammettono un algoritmo generale di soluzione.

Ci limiteremo ad enunciare i risultati senza darne le dimostrazioni relative in questo momento.

Definizione

Il problema della parola per un processo di (semi) Thue Π è il problema di determinare per ogni coppia data di parole u, v sull'alfabeto di Π se $u \overset{*}{\underset{\Pi}{\Rightarrow}} v$.

Si dimostra che:

> Esiste un processo di (semi) Thue su un alfabeto di due simboli il cui problema della parola è insolubile. Inoltre tutte le regole di riscrittura $g \to h$ di tale processo sono tali che $g, h \neq 0$.

SISTEMI DI CORRISPONDENZA DI POST

Un sistema di corrispondenza di Post è dato da un alfabeto finito A ed un insieme finito di coppie di parole $(w_i, \overline{w}_i)$ su A $(1 \leq i \leq m)$.

SI DICE CHE IL SISTEMA AMMETTE UNA SOLUZIONE SE ESISTE UNA SUCCESSIONE FINITA DI INDICI DI COPPIE

$i_1, i_2, \ldots, i_k$, $1 \leq i_j \leq m$ tale che

$$w_{i_1} w_{i_2} \ldots w_{i_k} \equiv \overline{w}_{i_1} \overline{w}_{i_2} \ldots \overline{w}_{i_k} \qquad (*)$$

Una parola come quella che compare in $(*)$ si dice <u>PAROLA SOLUZIONE</u> DEL SISTEMA DI CORRISPONDENZA DI POST.

Una visualizzazione efficace si può ottenere con una rappresentazione che faccia uso di tessere di domino sulle quali sono stampate le due parole della coppia.

Quindi $(w_1, \overline{w}_1)$ viene rappresentata come $\begin{array}{|c|}\hline w_1 \\ \hline \overline{w}_1 \\ \hline\end{array}$

Consideriamo un esempio.

Sia il seguente sistema di Post

(s_2, s_2) ; $(s_1 s_2, s_2 s_1 s_1)$; $(s_1 s_2, s_2 s_1 s_2)$; $(s_1 s_2 s_1, s_1)$

Una rappresentazione tipo-domino è la seguente:

s_2	$s_1 s_2$	$s_1 s_2$	$s_1 s_2 s_1$
s_2	$s_2 s_1 s_1$	$s_2 s_1 s_2$	s_1
1	2	3	4

Il problema della corrispondenza di Post consiste nel mettere una accanto all'altra le tessere (eventualmente con ripetizioni) in modo tale che la parola che si legge nella traccia superiore è identica a quella che si legge nella traccia inferiore.

LA SEGUENTE SUCCESSIONE DI TESSERE, FORNISCE UNA SOLUZIONE: 4-2-1-3.

Infatti:

$s_1 s_2 s_1$	$s_1 s_2$	s_2	$s_1 s_2$
s_1	$s_2 s_1 s_1$	s_2	$s_2 s_1 s_2$

In realtà una soluzione si ha già utilizzando solo tre tessere:

$s_1 s_2 s_1$	$s_1 s_2$	$s_1 s_2$
s_1	$s_2 s_1 s_1$	$s_2 s_1 s_2$

il che mostra che le tessere $\boxed{\frac{a}{a}}$ sono superflue

Consideriamo un altro esempio:

Sia il seguente sistema di corrispondenza di Post:

$$(s_1, s_1 s_1) ; (s_2 s_2, s_2) ; (s_1, s_2 s_2)$$

rappresentato da:

s_1	$s_2 s_2$	s_1
$s_1 s_1$	s_2	$s_2 s_2$
1	2	3

È facile convincersi che non esiste alcuna soluzione che fa uso di due sole tessere e neanche di tutte e tre le tessere usate una sola volta (la parola di sopra sarebbe di lunghezza 4, quella di sotto di lunghezza 5).

Dobbiamo quindi necessariamente usare almeno una tessera più di una volta.

Una soluzione al problema è fornita da:

s_1	s_1	$s_2 s_2$	$s_2 s_2$
$s_1 s_1$	$s_2 s_2$	s_2	s_2
1	3	2	2

La ricerca di una soluzione del sistema di Post si chiama:

PROBLEMA DELLA CORRISPONDENZA DI POST

Post stesso nel 1946 ha dimostrato che IL PROBLEMA DELLA CORRISPONDENZA È INDECIDIBILE, CIOÈ NON ESISTE NESSUN ALGORITMO IN GRADO DI DECIDERE SE UN ARBITRARIO SISTEMA DI CORRISPONDENZA DI POST AMMETTE O NO UNA SOLUZIONE.